

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СЛАУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ МНОГОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ В ДИАПАЗОНЕ ЗНАЧЕНИЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Куксенко С.П.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, РФ

E-mail: ksergp@tu.tusur.ru

Рассматривается вычисление серии матриц коэффициентов электростатической индукции многопроводной линии передачи методом моментов. Для вычисления матрицы в диапазоне значений диэлектрической проницаемости предложен гибридный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод отличается использованием блочного LU-разложения с вычислением первой матрицы с помощью прямого метода решения линейных алгебраических уравнений, а последующих – итерационного. Получены вычислительные оценки с помощью нескольких математических пакетов и выполнено их сравнение с аналитическими. На примере анализа тестовой структуры показана перспективность разработанного метода.

Ключевые слова: многопроводная линия передачи, матрица коэффициентов электростатической индукции, многовариантный анализа линейных алгебраических уравнений, гибридный метод

Введение

При проектировании с учетом требований электромагнитной совместимости (ЭМС) многопроводных линий передачи (МПЛП) для печатных плат, помехозащитных устройств, средств снижения уровня перекрестных помех и др. [1-7] широкое распространение получило имитационное математическое моделирование, позволяющее существенно сократить требуемые временные и финансовые затраты. С учетом специфики этих линий передачи (размеры поперечного сечения много меньше длин волн, распространяющихся по ним сигналов) при их проектировании часто применяется квазистатический подход (ТЕМ-аппроксимация), в основе которого лежит решение телеграфных уравнений [8]. Для нахождения погонных параметров МПЛП (матрицы \mathbf{R} , \mathbf{L} , \mathbf{C} и \mathbf{G}) используются приближения, сводящие систему уравнений Максвелла к уравнению Пуассона-Лапласа. При этом основную сложность представляет вычисление матрицы коэффициентов электростатической индукции \mathbf{C} (далее емкостная матрица). Вычисленные погонные параметры используются для анализа целостности сигналов, получения временного отклика и других параметров МПЛП [9-10].

Для решения уравнения Пуассона-Лапласа используются разные аналитические и численные методы [11-12]. Аналитические методы, к сожалению, могут применяться для структур простой формы. Поэтому при анализе структур более сложной формы используются численные методы. Среди них наиболее выигрышным в случае МПЛП является метод моментов, являющийся

«поверхностным», а не «объемным» как остальные (конечных разностей, элементов и объемов), поскольку при его использовании не требуется искусственное задание граничных условий, эмулирующих удаленные границы [13-14]. Это позволяет существенно сократить вычислительные затраты на требуемый вид анализа.

При одновариантном анализе (однократное вычисление первичных параметров МПЛП при заданных значениях ее геометрических и электрофизических параметров) построение математической модели состоит из нескольких этапов, наиболее затратным из которых является решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [15]. При этом использование метода моментов сводит исходное операторное уравнение к СЛАУ с плотной и несимметричной матрицей. Поэтому для решения СЛАУ, как правило, используют прямые методы [14; 16].

В настоящее время совершенствование прямых методов является одним из основных направлений в прикладных и академических исследованиях. Так, в [17] представлены результаты исследования уменьшения затрат времени и энергии на параллельную реализацию разложения Холецкого и LU-разложения на основе гибридного использования центрального и графического процессоров. В [18] приведены три варианта параллельной реализации алгоритма LU-разложения для проведения вычислений на многоядерном процессоре с использованием инструкций OpenMP. Результаты разработки, программной реализации и оптимизации матричных операций, входящих в блочную версию LU-разложения, представлены в [19]. Показано

значительное (до двух раз) ускорение разложения матриц разного порядка. В [20] отмечено ускорение на 60% от применения параллельных вычислений для матричных операций на графическом процессоре. Также показано ускорение разложения Холецкого, LU- и QR-разложений на 80-90%. Результаты разработки и тестирования масштабируемых библиотек линейной алгебры для эффективного использования алгоритма LU-разложения на многоточечных архитектурах рабочих станций представлены в [21]. В [22] рассмотрены алгоритмы прямого решения СЛАУ (LU-разложение, сжатое блочное разложение и их многоуровневые реализации) применительно к методу моментов. Гибридный метод LU-разложения, основанный на работе с блочными структурами, для решения СЛАУ, полученных методом моментов, предложен в работе [23]. Данный алгоритм основан на новом подходе к преобразованию матрицы СЛАУ при вычислении элементов матриц L и U , совместно с оптимальным распределением нагрузки между центральным и графическим процессорами.

На практике часто необходим многовариантный анализ (многократное вычисление первичных параметров МПЛП в диапазоне значений ее геометрических и электрофизических параметров). При этом временные затраты существенно возрастают из-за необходимости многократного решения СЛАУ, что делает актуальным поиск подходов к уменьшению требуемых временных затрат и, прежде всего, алгоритмических.

В качестве первого подхода предложено использовать специфику нумерации подынтервалов для учета изменений матрицы СЛАУ при многовариантном анализе. На основании этого предложен алгоритм, позволяющий при изменении относительной диэлектрической проницаемости МПЛП получить желаемое уменьшение временных затрат [24]. Аналитические оценки ускорения получены в [25], в [26] приведены результаты использования данного подхода для ускорения вычисления временного отклика связанных линий передачи с учетом частотной зависимости диэлектрической проницаемости подложки.

Второй подход использует итерационные методы. Выполнены обзор и ряд исследований по уменьшению временных затрат на итерационное решение СЛАУ при многовариантном анализе различных МПЛП, в том числе помехозащитных фильтров, где показана перспективность данного подхода [27-30]. Однако ранее не рассматривалась возможность гибридного использования предложенных подходов.

Цель статьи – разработка гибридного метода решения СЛАУ и апробация его на примере вычисления емкостной матрицы МПЛП в диапазоне значений диэлектрической проницаемости.

Математическая модель вычисления емкостной матрицы МПЛП методом моментов

При анализе МПЛП с помощью квазистатического подхода используется уравнение Пуассона в дифференциальной форме [31]

$$\nabla^2 \varphi = -\rho / \varepsilon_0, \quad (1)$$

где φ – электростатический потенциал; ρ – объемная плотность заряда. При отсутствии в анализируемой области свободных зарядов уравнение (1) сводится к уравнению Лапласа. Вычисление емкостной матрицы основано на нахождении распределения заряда по поверхности проводника.

Метод моментов – это обобщенный метод решения операторных уравнений вида

$$Lf = g, \quad (2)$$

где L – интегральный, дифференциальный или интегро-дифференциальный оператор (в классической постановке интегральный оператор); g – функция источника или воздействия; f – отклик анализируемой системы, описываемой с помощью уравнения (2). Тогда при решении уравнения (1) оператору L соответствует $-\varepsilon \nabla^2$, неизвестной функции f – потенциал φ , а функции g – плотность заряда ρ . Если заданы граничные условия по приложенному напряжению, а не по плотности заряда, уравнение (1) записывается в виде интегральной формы

$$\varphi = \mathbf{L}^{-1} \rho, \mathbf{L}^{-1} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\Gamma, \quad (3)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – соответствующая функция Грина, \mathbf{r} – точка наблюдения (x, y), \mathbf{r}' – точка источника (x', y'), см. рисунок 1, $d\Gamma$ – дифференциал по поверхности МПЛП. В данной постановке задачи считаются заданными граничные условия по приложенному напряжению φ , при этом требуется найти плотность заряда ρ . Для двумерного случая функция Грина

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{2\pi}.$$

При наличии в структуре МПЛП плоскости земли функция Грина имеет вид (за счет использования метода зеркальных изображений)

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{2\pi} - \frac{\ln(|\mathbf{r} - \mathbf{r}''|)}{2\pi},$$

где \mathbf{r}'' – точка мнимого источника.

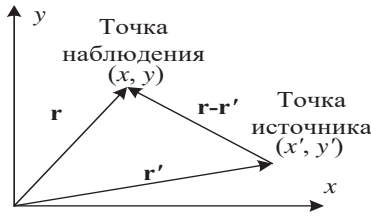


Рисунок 1. Точки источника и наблюдения

Выражение (3) является отправной точкой применения метода моментов в его классической постановке. Далее, используя выражения для электростатического потенциала, аппроксимацию распределения заряда с помощью базисных функций с последующим взятием серии скалярных произведений и использованием тестовых функций, задача сводится к СЛАУ вида

$$S \Sigma = V, \tag{4}$$

где S – плотная и несимметричная матрица порядка N ; V – матрица, со столбцами из задаваемых потенциалов на подобластях, на которые разбиты границы МПЛП, размера $N \times N_{COND}$; Σ – матрица-решение; N_{COND} – число проводников в структуре, не считая опорного (количество правых частей). Особенностью метода является сегментация только границ проводников и диэлектриков анализируемой МПЛП.

Одновариантный анализ

Порядок матрицы S складывается из количества подынтервалов на границах «проводник–диэлектрик» N_C и «диэлектрик–диэлектрик» N_D , а ее элементы вычисляются на основании значений параметров этих подынтервалов [9]. Решение СЛАУ (4) дает матрицу-решение Σ , столбцы которой дают распределение плотности заряда на этих границах, используемое для нахождения матрицы C , см. рисунок 2.

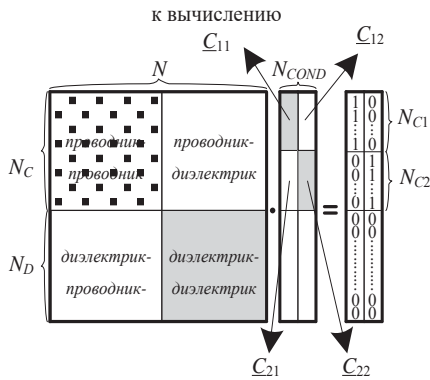


Рисунок 2. Структура матрицы S ($N_C = N_{C1} + N_{C2}$)

Поясним особенности вычисления емкостной матрицы C на примере двухпроводной линии передачи, расположенной над идеально прово-

дящей плоскостью, см. рисунок 3. В этом случае $N_{COND} = 2$ и матрица имеет вид [32]

$$C = \begin{bmatrix} C_1 + C_{12} & -C_{12} \\ -C_{21} & C_2 + C_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты C_{ij} называют коэффициентами электростатической индукции, собственными (если они положительны) при одинаковых индексах и взаимными (если они отрицательны) при разных индексах, и имеют размерность погонной емкости. На рисунке 2 показаны блоки матрицы Σ , участвующие в вычислении значений этих коэффициентов.

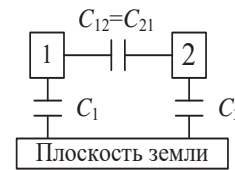


Рисунок 3. Погонные емкости трехпроводной линии

Многовариантный анализ

При моделировании в диапазоне параметров затраты времени существенно возрастают из-за многократного решения СЛАУ. Так, происходит m -кратное (по количеству изменений параметра) формирование и решение СЛАУ. Тогда уравнение (4) преобразуется к виду

$$S_k \Sigma_k = V_k, k = 1, 2, \dots, m, \tag{5}$$

с учетом неизменности функции воздействия, потенциалы на проводниковых границах, нижний индекс матрицы V далее опущен.

Рассмотрим задачу изменения значения относительной диэлектрической проницаемости подложки ϵ_r . Для решения уравнений (5) для каждого значения ϵ_r можно воспользоваться LU-разложением матриц S_k и последующим решением по отдельности с каждой правой частью. Последовательно решая m систем вида (5), завершают процесс (далее это алгоритм 1).

Для ясности изложения рассмотрим также предложенный в [24] алгоритм многократного вычисления емкостной матрицы с использованием блочного LU-разложения (далее это алгоритм 2). Уравнение (5) преобразуется к виду

$$\begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D + \text{Diag}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{Ak} \\ \Sigma_{Dk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \\ V_D \end{bmatrix}.$$

Размеры блоков Σ_{Ak} и $V_A - N_A \times N_{COND}$, а Σ_{Dk} и $V_D - N_D \times N_{COND}$, $N = N_A + N_D$. При изменении ϵ_r диэлектрика блоки A_k , B_k и C_k остаются неизменными (далее используются без нижних индексов) и изменяются элементы лишь главной диагонали блоков D_k [9]. С учетом этого для хранения

изменяемых элементов используются дополнительные диагональные матрицы \mathbf{Diag}_k , а диагональные элементы блока \mathbf{D} обнуляются, то есть $\mathbf{D}_k = \mathbf{D} + \mathbf{Diag}_k$.

Алгоритм вычисления m емкостных матриц (алгоритм 2) рассмотрим более подробно [24].

- 1 Для k от 1 до m
- 2 Если $k=1$
- 3 Вычислить элементы матрицы \mathbf{S}_1 , сохранить элементы главной диагонали блока \mathbf{D} в матрице \mathbf{Diag}_1 , $\mathbf{D} = \mathbf{D} - \mathbf{Diag}_1$
- 4 $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{-1}$
- 5 $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{B}$
- 6 $\mathbf{D} = \mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{B}$
- 7 Вычислить элементы матрицы воздействий \mathbf{V}
- 8 $\mathbf{X}_A = \mathbf{A}\mathbf{V}_A$
- 9 $\mathbf{X}_D = \mathbf{V}_D - \mathbf{C}\mathbf{X}_A$
- 10 Иначе
- 11 $\mathbf{S}_k = \mathbf{S}_1$
- 12 $\mathbf{D}_k = \mathbf{D} + \mathbf{Diag}_k$
- 13 $\mathbf{\Sigma}_{Dk} = \mathbf{D}_k^{-1} \mathbf{X}_D$
- 14 $\mathbf{\Sigma}_{Ak} = \mathbf{X}_A - \mathbf{B}\mathbf{\Sigma}_{Dk}$
- 15 Вычислить элементы емкостной матрицы \mathbf{C}_k
- 16 $\mathbf{D}_k = \mathbf{D} - \mathbf{Diag}_k$
- 17 Вычислить элементы матрицы \mathbf{Diag}_{k+1}
- 18 Увеличить k

Согласно оценкам из [25], наибольшие затраты приходится на шаг 13. Для их сокращения перепишем шаг в виде $\mathbf{D}_k \mathbf{\Sigma}_{1k} = \mathbf{X}_1$. Тогда для решения данной системы можно воспользоваться LU-разложением матрицы \mathbf{D}_k с последующим N_{COND} раз решением с разными правыми частями, состоящими из столбцов матрицы \mathbf{X}_1 (далее это алгоритм 3), или блочным итерационным методом. В данной работе использована блочная версия метода BiCGStab [33] (далее алгоритм 4). В первом случае вычислительная сложность шага 13, согласно [25]

$$Q_{13} = \frac{8}{3}N_D^3 + N_D^2 \left(2N_{\text{COND}} - \frac{3}{2} \right) + N_D \left(N_{\text{COND}} - \frac{1}{6} \right),$$

для алгоритма 2 будет

$$Q_{13} = \frac{1}{6} \left(4N_D^3 + 3N_D^2 (4N_{\text{COND}} + 1) - N_D (6N_{\text{COND}} + 1) \right),$$

при этом общая вычислительная сложность полученного алгоритма 3 также изменится.

При использовании итерационного метода (это алгоритм 4) вычислительные затраты пропорциональны произведению требуемого числа итераций и квадрата порядка решаемой СЛАУ и составляют $10N_D^2 N_{\text{COND}} (2 + N_{it})$ [27].

Вычислительный эксперимент

Для оценки производительности алгоритмов 3 и 4 сначала получены оценки вычислительных затрат на реализацию алгоритмов 1 и 2 при помощи математических пакетов Matlab, Octave и Scilab, широко используемых при научных исследованиях и инженерных расчетах [34-35], а также библиотеки Eigen [36]. При вычислениях использовалась рабочая станция с параметрами: ОС – Microsoft Windows 7×64 бит, ЦПУ – Intel(R) Core(TM) i7 CPU 970 3,20 ГГц, ОЗУ – 24 Гб, а также пакеты Matlab 2013b (Intel MKL), Octave 4.4.0 (Open BLAS) Scilab 5.5.2 (Intel MKL), а также библиотека Eigen 3.3.4 и Microsoft Visual Studio 2013 (ключи компиляции: /O2, /Ot, /Gt, /GL, /MD, /Qpar, /arch:SSE2, /openmp). Далее совместному использованию Eigen и Visual Studio соответствует обозначение «пакет Eigen».

В таблице 1 приведено время вычислений при $N = 1000, 3000, N_A = N/2, N_{\text{COND}} = 10$ и $m = 100$ при использовании алгоритмов 1, 2, 3, а также аналитические и вычислительные оценки ускорения. Для заполнения матриц использована функция rand(). Видно, что для алгоритма 2 Eigen замедляет вычисления, что объясняется неоптималь-

Таблица 1. Время работы (с) алгоритмов 1 (T_1), 2 (T_2), 3 (T_3) и оценки ускорения

N	Пакет	T_1	T_2	T_3	Оценка ускорения					
					Аналитика, 1–2	T_1/T_2	Аналитика, 1–3	T_1/T_3	Аналитика, 2–3	T_2/T_3
1000	Matlab	3,57	1,60	0,81	1,95	2,23	6,75	4,41	3,46	1,98
	Octave	5,91	2,72	1,54		2,17		3,84		1,77
	Scilab	4,03	1,60	1,00		2,52		4,03		1,6
	Eigen	8,91	9,41	1,76		0,95		5,06		5,35
3000	Matlab	49,63	25,00	11,50	1,95	1,99	7,09	4,32	3,64	2,17
	Octave	86,25	39,78	18,08		2,17		4,77		2,20
	Scilab	55,40	25,73	14,05		2,15		3,94		1,83
	Eigen	138,95	188,10	26,69		0,74		5,21		7,05

ной реализацией функции обращения матриц (шаг 13). Для реализации алгоритмов наименьшее время дает Matlab. Максимальное различие во времени вычислений по алгоритму 3 для Scilab относительно Matlab составило 1,25 раза; Octave и Eigen – 1,91 и 2,44 раза соответственно. При этом Eigen вне зависимости от N дает наибольшее ускорение (что еще раз подтверждает факт неоптимальной реализации функции обращения матриц). Однако при этом общие временные затраты больше в сравнении с использованием других пакетов.

Для тестирования разработанного гибридного метода по алгоритму 4 были использованы плоский симметричный 10-контактный кабель с двумя диэлектрическими слоями, поперечное сечение которого приведено на рисунке 4, и пакет Matlab. СЛАО формировались в системе компьютерного моделирования ЭМС TALGAT [37-38] после чего они загружались в Matlab, где и выполнялись основные вычисления согласно алгоритму 4. Полученный результат (матрица Σ_k) загружались в систему TALGAT, где выполнялось вычисление емкостной матрицы \underline{C}_k .



Рисунок 4. Поперечное сечение симметричного 10-контактного плоского кабеля

При анализе рассматривалось линейное изменение относительной диэлектрической проницаемости покрывающего слоя $\epsilon_{r,2}$ в диапазоне от 1,11 до 11,01 ($k = 1, \dots, m; m = 100$). Относительная диэлектрическая проницаемость подложки $\epsilon_{r,1}$ была принята равной 5,4. Исследовано несколько вариантов реализации алгоритма: выбор порядка: прямой (\rightarrow) или обратный (\leftarrow) изменения $\epsilon_{r,2}$ (подобно см. [39]), использование в качестве начального приближения решения, полученного на предыдущем ($k - 1$)-ом шаге; использование диагонального предобусловливания. Прямой порядок соответствовал приращению 1,11, 1,21, ..., 11,01. Использовано три порядка СЛАО (полученных учащением сегментации

границ структуры) N_D/N : 500/1000, 1552/3032, 3004/5864. Итерационный процесс останавливался, если относительная норма невязки tol становилась меньше 10^{-4} .

Полученные результаты сведены в таблицу 2 (I – нулевое начальное приближение, II – предыдущее решение, III – нулевое начальное приближение и диагональное предобусловливание, и IV – предыдущее решение и диагональное предобусловливание). Курсивом выделено общее число затраченных итераций на все СЛАО, а верхним индексом «*» – если при решении хотя бы одной СЛАО требуемое число итераций достигало максимального значения, принятого равным 100.

Видно, что для всех исследованных версий алгоритма 4, за исключением 4-I, использование обратного порядка предпочтительнее по сравнению с прямым. Использование диагонального предобусловливания практически всегда снижает число итераций, но снижение незначительно, поэтому его использование не позволяет получить желаемое ускорение. Также важно, что, с точки зрения минимизации временных затрат, использование в качестве начального приближения решения предыдущей СЛАО является более выигрышным по сравнению с фиксированным начальными приближением (в данной работе нулевым).

Для демонстрации точности предлагаемого подхода на рисунке 5 приведены последние ($k = 100$) емкостные матрицы, полученные в системе TALGAT по алгоритму 1 (\underline{C}_{100}^T) и алгоритму 4-II в сочетании с обратным порядком при $tol = 10^{-4}$ (\underline{C}_{100}) и $tol = 10^{-1}$ (\underline{C}'_{100}) для случая $N_D/N = 3004/5864$. Сравнение результатов, полученных для других структур в системе TALGAT, с результатами других авторов можно найти в [40].

Для наглядного сравнения полученных результатов, значения элементов матриц \underline{C}_{100} и \underline{C}'_{100} , имеющие различия с соответствующими значениями элементов матрицы \underline{C}_{100}^T , выделены подчеркиванием. Видно, что при $tol = 10^{-4}$ различия менее 1%.

При уменьшении требуемой точности вычислений до $tol = 10^{-1}$ время вычислений уменьшилось с 24,45 до 18,15 с (в 1,35 раза) за счет умень-

Таблица 2. Время работы (с) и число итераций алгоритма 4 при разных наборах параметров и $tol = 10^{-4}$

N_D/N	Алгоритм								
	3	4-I		4-II		4-III		4-IV	
		\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow	\rightarrow	\leftarrow
500/1000	0,81	1,87 (650)	1,95 (653)	1,82 (469)	1,76 (462)	3,98 (1879*)	2,05 (621)	2,42 (698)	2,03 (398)
1552/3032	11,27	9,45 (698)	9,36 (694)	6,86 (363)	6,83 (359)	21,05 (1718*)	11,40 (655)	11,58 (682)	8,65 (349)
3004/5864	62,34	36,49 (776)	36,58 (777)	25,27 (336)	24,45 (330)	59,89 (1327*)	42,50 (700)	41,44 (667)	31,72 (351)

шения итераций с 330 до 104. При этом различия увеличились, но незначительно (до 4%).

Таким образом, при незначительной потере точности удалось ускорить процесс многократного решения СЛАУ до 2,5 ($tol = 10^{-4}$) и 3,4 ($tol = 10^{-1}$) раз, для $N_D/N = 3004/5864$ при использовании алгоритма 4-II и обратного порядка, относительно алгоритма 3. В результате ускорение относительно алгоритмов 2 и 1 будет еще больше.

Заключение

В работе предложен усовершенствованный алгоритм вычисления серии матриц коэффициентов электростатической индукции методом моментов путем замены операции решения СЛАУ с помощью обратной матрицы на ее решение с помощью LU-разложения. Получены аналитические оценки его сложности и выполнено их сравнение с численными, показавшее согласованность результатов.

Предложен гибридный метод, основанный на использовании блочного LU-разложения и итерационного метода. На примере тестовой структуры (10-проводной линии передачи) показано ускорение в 2,5 раза относительно усовершенствованного алгоритма. Также показано, что значительное уменьшение задаваемой точности решения СЛАУ дает незначительную потерю точности вычисления коэффициентов электростатической индукции, но существенно увеличивает ускорение. Для получения еще большего ускорения в используемой математической модели изменяемые подынтервалы можно нумеровать последними. Это уменьшит порядок матрицы **D** и, тем самым, время вычислений. Таким образом, показана перспективность использования предложенного метода для решения практических задач.

В дальнейшем целесообразно исследовать использование других блочных итерационных методов и способов преобусловливания для

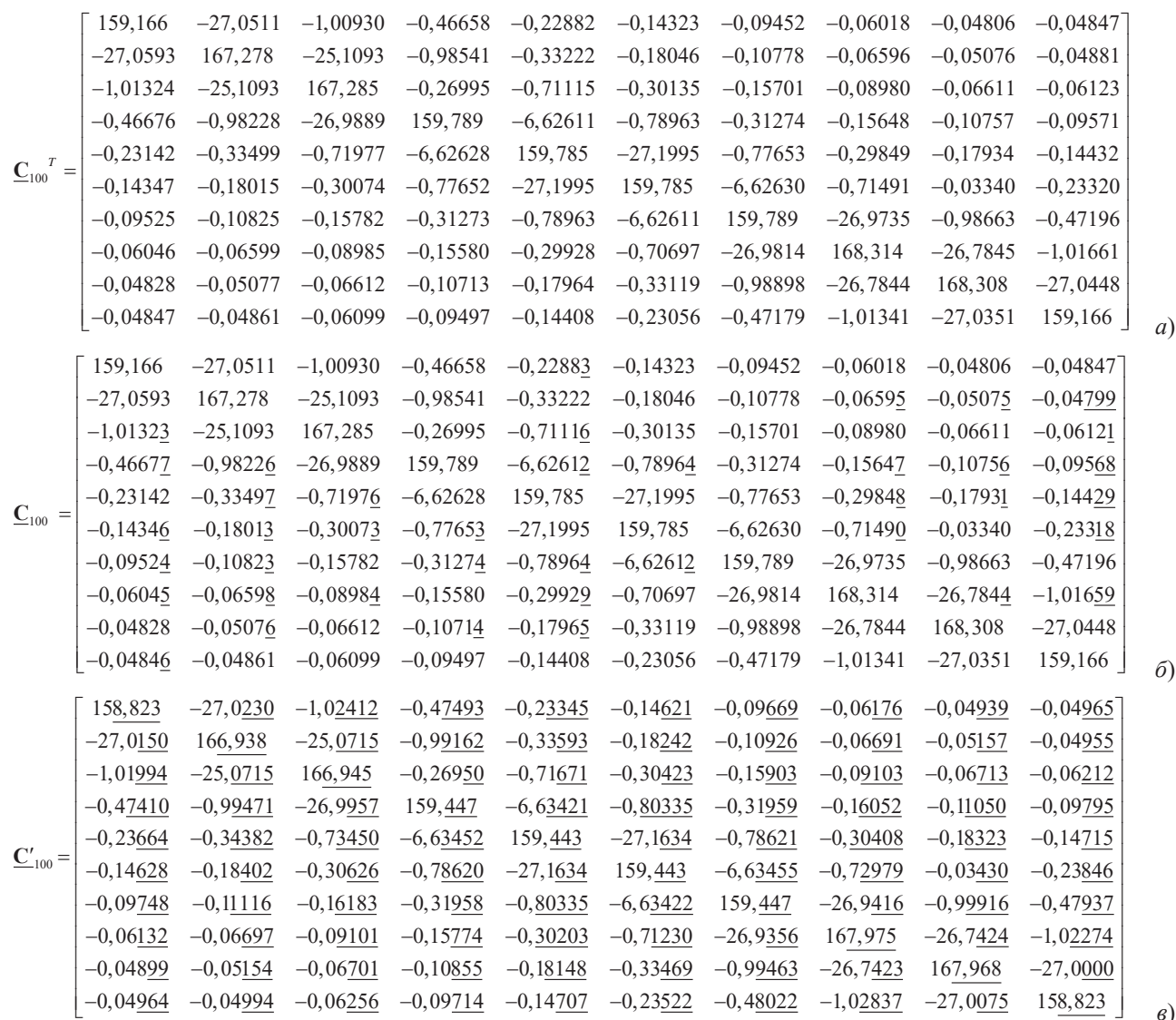


Рисунок 5. Емкостные матрицы (пФ/м), полученные для N_3 при использовании алгоритмов 1 (а) и 4-II в сочетании с обратным порядком при $tol = 10^{-4}$ (б), 10^{-1} (в)

оценки универсальности предложенного метода. Работа выполнена в рамках Государственного задания №8.9562.2017/8.9 Минобрнауки России.

Литература

- Kikkert J. A design technique for microstrip filters // *Signal Processing and Communication Systems, (ICSPCS), 2008 2-nd International Conference on. IEEE, 2008.* – P. 1-5. doi: 10.1109/ICSPCS.2008.4813713.
- Guang-Hwa S., Jia-Hung S., Po-Wei. C. Analysis and design of crosstalk noise reduction for coupled striplines inserted guard trace with an open-stub on time-domain in high-speed digital circuits // *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing, 2011.* – Vol. 1. – No. 10. – P. 1537-1582. doi: 10.1109/TCPMT.2011.2163309.
- Chen C.H. et al. Accurate design methodology to prevent crosstalk // *Electronics Letters, 2007.* – Vol. 43. – No. 3. – P. 149-150. doi: 10.1049/el:20072825.
- Lee K. et al. A serpentine guard trace to reduce the far-end crosstalk voltage and the crosstalk induced timing jitter of parallel microstrip lines // *IEEE Transactions on Advanced Packaging, 2008.* – Vol. 31. – no. 4. – P. 809-817. doi: 10.1109/TADVP.2008.924226.
- Газизов Т.Р., Долганов Е.С., Заболоцкий А.М. Модальный фильтр как устройство защиты бортовых вычислителей и блоков управления космических аппаратов от электростатического разряда // *Известия высших учебных заведений. Физика, 2012.* – Т. 55. – № 3. – С. 39-43.
- Заболоцкий А.М. Использование зеркальной симметрии для совершенствования модальной фильтрации // *Доклады ТГУСУР. 2015.* – №2(36). – С. 41-44.
- Gong K., Du Z., Yan G. Phase velocity lines for low crosstalk microstrip interconnection of high-speed digital circuits: design and experimental validation // *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2006.* – Vol. 48. – No. 1. – P. 95-103. doi: 10.1109/TEMC.2006.870809.
- Paul C. *Transmission Lines in Digital and Analog Electronic Systems: Signal Integrity and Crosstalk.* New York: John Wiley and Sons Press, 2010. – 299 p.
- Газизов Т.Р. Уменьшение искажений электрических сигналов в межсоединениях. Под ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Изд-во НТЛ, 2003. – 167 с.
- Bhatti A.A. A computer based method for computing the N-dimensional generalized ABCD parameter matrices of N-dimensional systems with distributed parameters // *System Theory, 1990 22-nd Southeastern Symposium on. IEEE, 1990.* – P. 590-593. doi: 10.1109/SSST.1990.138213.
- Фуско В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
- Sadiku M.N.O. *Numerical Techniques in Electromagnetics.* 2nd ed. Boca Raton, United States: CRC Press, 2000. – 760 p.
- Bazdar M.B. et al. Evaluation of quasi-static matrix parameters for multiconductor transmission lines using Galerkin's method // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1994.* – Vol. 42. – No. 7. – P. 1223-1228. doi: 10.1109/22.299760.
- Makarov S.N., Noetscher G.M., Nazarian A. *Low-frequency Electromagnetic Modeling for Electrical and Biological Systems using MATLAB®.* New York: John Wiley & Sons, 2016. – 598 p.
- Григорьев А.Д. *Методы вычислительной электродинамики.* – М.: Физматлит, 2013. – 432 с.
- Davidson D.B. *Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering.* 2nd ed. Cambridge: University Press, 2011. – 505 p.
- Dolz M.F. et al. Reducing energy consumption of dense linear algebra operations on hybrid CPU-GPU platforms // *Parallel and Distributed Processing with Applications (ISPA), 2012 10th International Symposium on. IEEE, 2012.* – P. 56-62. doi: 10.1109/ISPA.2012.16.
- Margaritis K.G., Michailidis P.D. Implementing parallel LU factorization with pipelining on a multicore using OpenMP // *Computational Science and Engineering (CSE), 2010 13th International Conference on. IEEE, 2010.* – P. 253-260. doi: 10.1109/CSE.2010.39.
- Chen J. Implementation of block algorithm for LU factorization // *Computer Science and Information Engineering, 2009 World Congress on. IEEE, 2009.* – Vol. 2. – P. 569-573. doi: 10.1109/CSIE.2009.814.
- Volkov V., Demmel J.W. Benchmarking GPUs to tune dense linear algebra // *ACM/IEEE Proceedings. Conference on Supercomputing, 2008.* – P. 1-11. doi: 10.1109/SC.2008.5214359.
- Quintana-Orti G. Design of scalable dense linear algebra libraries for multithreaded architectures: the LU factorization // *Parallel and Distributed Processing, 2008 International Symposium on. IEEE, 2008.* – P. 1-8. doi: 10.1109/IPDPS.2008.4536353.

22. Rius J.M., Heldring A. Accelerated direct solution of the MoM linear system using block compression and nested factorization // *Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2011 International Conference on. IEEE, 2011.* – P. 636-639. doi: 10.1109/ICEAA. 2011.6046415.
23. Topa T. Efficient out-of-GPU memory strategies for solving matrix equation generated by method of moments // *Electronics Letters.* 2015. – Vol. 51. – No. 1. – P. 1542-1544. doi: 10.1049/el.2015.2175.
24. Куksenко С.П., Газизов Т.Р. Усовершенствование алгоритма вычисления методом моментов емкостных матриц структуры проводников и диэлектриков в диапазоне значений диэлектрической проницаемости // *Электромагнитные волны и электронные системы,* 2012. – №10. – С. 13-21.
25. Surovtsev R.S., Kuksenko S.P., Gazizov T.R. Analytic evaluation of the computational costs for solving systems of linear algebraic equations in multiple computing of the capacitance matrix in a range of the dielectric permittivity of dielectrics // *Journal of Mathematical Sciences,* 2015. – Vol. 207. – No. 5. – P. 795-802. doi: 10.1007/s1095.
26. Куksenко С.П., Салов В.К., Суровцев Р.С. Использование блочного LU-разложения для ускорения вычисления временного отклика связанных линий передачи с учетом частотной зависимости диэлектрической проницаемости подложки // *Инфокоммуникационные технологии,* 2013. – Т. 12. – №3. – С. 64-69.
27. Gazizov T.R., Kuksenko S.P., Akhunov R.R. Acceleration of multiple solution of linear systems for analyses of microstrip structures // *International journal of mathematical models and methods in applied sciences,* 2015. – Vol. 9. – P. 721–726 // URL: <http://www.naun.org/main/NAUN/ijmmas/2015/b662001-011.pdf> (д.о. 31.01.2019).
28. Ахунов Р.Р., Газизов Т.Р., Куksenко С.П. Многократное решение систем линейных алгебраических уравнений итерационным методом с адаптивным переформированием предобусловливателя // *Журнал вычислительной математики и математической физики,* 2016. – Т. 56. – №8. – С. 1395-1400.
29. Kuksenko S.P., Akhunov R.R., Gazizov T.R. Choosing order of operations to accelerate strip structure analysis in parameter range // *Journal of physics: conference series [Electronic resources],* 2018. – Vol. 1015. – No. 3. – P. 1-6 // URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1015/3/032076/pdf> (д.о. 31.01.2019).
30. Kuksenko S.P. Multiple Solution of Linear Algebraic Systems by Iterative Methods in the Analysis of Modal Filters // *Engineering, Computer and Information Sciences, (SIBIRCON), 2017 International Multi-Conference on. IEEE, 2017.* – P. 449-452. doi: 10.1109/SIBIRCON. 2017.8109925.
31. Scheinfein M.R., Palusinski O.A. Methods of calculation of electrical parameters for electronic packaging applications // *Transactions of The Society for Computer Simulation,* 1987. – Vol. 4. – No. 3. – P. 187-254.
32. Tesche F.M., Ianoz M., Karlsson T. *EMC Analysis Methods and Computational Models.* New York: Wiley-Interscience, 1996. – 656 p.
33. Guennouni A., Jbilou K., Sadok H. A block version of BiCGSTAB for linear systems with multiple right-hand sides // *Electronic transactions on numerical analysis,* 2003. – Vol. 16. – P. 129-142.
34. Wouwer A.V., Saucez P., Vilas C. *Simulation of ODE/PDE Models with MATLAB®, OCTAVE and SCILAB. Scientific and Engineering Applications.* Switzerland: Springer International Publishing, 2014. – 406 p.
35. Quarteroni A., Saleri F., Gervasio P. *Scientific Computing with MATLAB and Octave.* Berlin: Springer-Verlag Heidelberg. 4th ed. 2010. – 465 p.
36. Сайт библиотеки Eigen. Библиотека линейной алгебры // URL: <http://eigen.tuxfamily.org> (д.о. 31.01.2019).
37. Куksenко С.П., Заболотий А.М., Мелкозоров А.О. и др. Новые возможности системы моделирования электромагнитной совместимости TALGAT // *Доклады ТГУСУР,* 2015. – №2(36). – С. 45-50.
38. Сайт системы TALGAT. Система компьютерного моделирования электромагнитной совместимости // URL: <http://talgat.org/talgat-software> (д.о. 31.01.2019).
39. Ахунов Р.Р., Куksenко С.П., Газизов Т.Р. Простой способ ускорения вычисления емкостных матриц полосковой структуры при изменении ее геометрического параметра // *Доклады ТГУСУР,* 2015. – №4(38). – С. 144–148.
40. Ахунов Р.Р. Анализ полосковых структур радиоэлектронных устройств с уменьшенными вычислительными затратами // *Доклады ТГУСУР,* 2017. – №2(20). – С. 96-99.

Получено 20.04.2019

Куксенко Сергей Петрович, к.т.н., доцент Кафедры телевидения и управления Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Тел. (8-382) 241-34-39. E-mail: ksergp@tu.tusur.ru

**HYBRID METHOD OF LINEAR SYSTEM SOLUTION FOR
MATRIX OF ELECTROSTATIC INDUCTION EXTRACTION
A MULTICONDUCTOR TRANSMISSION LINE IN THE RANGE
OF DIELECTRIC PERMITTIVITY VARIATION**

Kuksenko S.P.

Tomsk state university of control system and radioelectronics, Tomsk, Russian Federation

E-mail: ksergp@tu.tusur.ru

The calculation of a series of matrices of electrostatic induction coefficients of a multiconductor transmission line by the method of moments is presented. To calculate the matrix in the range of dielectric permittivity, the hybrid method for solving a system of linear algebraic equations is proposed. The method is distinguished by the use of the block LU decomposition with the first matrix calculation using the direct method of linear system solution while the subsequent matrices are calculated by the iterative method. Computational evaluation is obtained using several mathematical packages and compared with analytical ones. The analysis of the test structure shows the prospects of the developed method.

Keywords: *multiconductor transmission line, matrix of electrostatic induction, multivariant analysis, linear algebraic system, hybrid method*

DOI: 10.18469/ikt.2019.17.2.02

Kuksenko Sergei Petrovich, Tomsk state university of control system and radioelectronics, 40 Lenin avenue, Tomsk 634050, Russian Federation; Associated Professor of Television and Control Department; PhD in Technical Sciences. Tel.: +73822413439. E-mail: ksergp@tu.tusur.ru

References

1. Kikkert J. A design technique for microstrip filters. *Signal Processing and Communication Systems*, (ICSPCS), 2008 2-nd International Conference on, IEEE, 2008, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICSPCS.2008.4813713.
2. Guang-Hwa S., Jia-Hung S., Po-Wei. C. Analysis and design of crosstalk noise reduction for coupled striplines inserted guard trace with an open-stub on time-domain in high-speed digital circuits. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing*, 2011, vol. 1, no. 10, pp. 1537–1582. doi: 10.1109/TCPMT.2011.2163309.
3. Chen C.H., Huang W.t., Chou C.t., Lu C.h. Accurate design methodology to prevent crosstalk. *Electronics Letters*, 2007, vol. 43, no. 3, 2007, pp. 149–150. doi: 10.1049/el:20072825.
4. Lee K., Lee H.-B., Jung H.-K., Sim J.-Y., Parl H.-J. A serpentine guard trace to reduce the far-end crosstalk voltage and the crosstalk induced timing jitter of parallel microstrip lines. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2008, vol. 31, no. 4, pp. 809–817. doi: 10.1109/TADVP.2008.924226.
5. Gazizov T.R., Dolganov E.S., Zabolotsky A.M. Modalnii filter kak ustroistvo zashchity bortovih vichislitelei i blokov upravleniya kosmicheskikh apparatov ot elektrostatičeskogo razyada [Modal filter as a device for protection of onboard computers and spacecraft control units from electrostatic discharge]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Fizika*, 2012, vol. 55, no. 3, pp. 39–43 (In Russian).
6. Zabolotsky A.M. Ispolzovanie zerkalnoi simmetrii dlya sovershenstvovaniya modalnoi filtracii [Application of reflective symmetry for modal filtration improvement]. *Dokl. Tom. gos. un-ta system upr. i radioelektroniki*, 2015, no. 2, pp. 41–44 (In Russian).

7. Gong K., Du Z., Yan G. Phase velocity lines for low crosstalk microstrip interconnection of high-speed digital circuits: design and experimental validation. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2006, vol. 48, no. 1, pp. 95–103. doi: 10.1109/TEMC.2006.870809.
8. Paul C. *Transmission lines in digital and analog electronic systems: signal integrity and crosstalk*. New York, John Wiley and Sons Press, 2010. 299 p.
9. Gazizov T.R. *Umen'shenie iskazhenij jelektricheskikh signalov v mezhsjoedinenijah* [Reduce electrical signal distortion in interconnects] / Pod red. N.D. Maljutina. Tomsk, NTL Publ, 2003. 167 p. (In Russian).
10. Bhatti A.A. A computer based method for computing the N-dimensional generalized ABCD parameter matrices of N-dimensional systems with distributed parameters. *System Theory*, 1990 22-nd Southeastern Symposium on, IEEE, 1990, pp. 590–593. doi: 10.1109/SSST.1990.138213.
11. Fusko V. *SVCh cepi. Analiz i avtomatizirovannoe proektirovanie* [Microwave Circuits: Analysis and Computer-Aided Design]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1990. 288 p. (In Russian)
12. Sadiku M.N.O. *Numerical techniques in electromagnetics, 2nd ed.* Boca Raton, CRC Press, 2000. 760 p.
13. Bazdar M.B., Djordjevic A.R., Harrington R.F., Sarkar T.K. Evaluation of quasi-static matrix parameters for multiconductor transmission lines using Galerkin's method. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1994, vol. 42, no. 7, pp. 1223–1228. doi: 10.1109/22.299760.
14. Makarov S.N., Noetscher G.M., Nazarian A. *Low-frequency electromagnetic modeling for electrical and biological systems using MATLAB*. New York, John Wiley & Sons, 2016. 598 p.
15. Grigoriev A.D. *Metody vychislitelnoi elektrodinamiki* [Methods of computational electromagnetics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2013. 432 p. (In Russian)
16. Davidson D.B. *Computational electromagnetics for RF and microwave engineering, 2nd ed.* Cambridge, University Press, 2011. 505 p.
17. Dolz M.F., Alonso P., Dolz M.F., Igual F.D., Mayo R., Quintana-Ortí E.S. Reducing energy consumption of dense linear algebra operations on hybrid CPU-GPU platforms. *Parallel and Distributed Processing with Applications (ISPA)*, 2012 10th International Symposium on, IEEE, 2012, pp. 56–62. doi: 10.1109/ISPA.2012.16.
18. Margaritis K.G., Michailidis P.D. Implementing parallel LU factorization with pipelining on a multicore using OpenMP. *Computational Science and Engineering (CSE)*, 2010 13th International Conference on, IEEE, 2010. pp. 253–260. doi: 10.1109/CSE.2010.39.
19. Chen J., Ji K., Shi Z., Liu W. Implementation of block algorithm for LU factorization. *Computer Science and Information Engineering*, 2009 World Congress on, IEEE, 2009, vol. 2, pp. 569–573. doi: 10.1109/CSIE.2009.814.
20. Volkov V., Demmel J.W. Benchmarking GPUs to tune dense linear algebra. *ACM/IEEE Proceedings. Conference on Supercomputing*, 2008, pp. 1–11. doi: 10.1109/SC.2008.5214359.
21. Quintana-Orti G., Quintana-Orti E.S., Chan E., Van de Geijn R.A., Van Zee F.G. Design of scalable dense linear algebra libraries for multithreaded architectures: the LU factorization. *Parallel and Distributed Processing*, 2008 International Symposium on, IEEE, 2008, pp. 1–8. doi: 10.1109/IPDPS.2008.4536353.
22. Rius J.M., Heldring A. Accelerated direct solution of the MoM linear system using block compression and nested factorization. *Electromagnetics in advanced applications (ICEAA)*, 2011 International Conference on, IEEE, 2011, pp. 636–639. doi: 10.1109/ICEAA.2011.6046415.
23. Topa T. Efficient out-of-GPU memory strategies for solving matrix equation generated by method of moments. *Electronics letters*, 2015, vol. 51, no. 1, pp. 1542–1544. doi: 10.1049/el.2015.2175.
24. Kuksenko S.P., Gazizov T.R. Sovershenstvovanie algoritma vicheslenija metodom momentov emkostnih matric sistemi provodnikov i dielektrikov v diapazone znacheniy dielektricheskoi pronicaemosti diel-ektrikov [Improvement of the algorithm for calculating the capacitance matrices of structure of conductors and dielectrics by method of moments in the range of dielectric permeability values]. *Electromagnit-nie vokni i elektronnie sistemi*, 2012, no. 10, pp. 13–21. (In Russian).
25. Surovtsev R.S., Kuksenko S.P., Gazizov T.R. Analytic evaluation of the computational costs for solving systems of linear algebraic equations in multiple computing of the capacitance matrix in

- a range of the dielectric permittivity of dielectrics. *Journal of mathematical sciences*, 2015, vol. 207, no. 5, pp. 795–802. doi: 10.1007/s1095.
26. Kuksenko S.P., Salov V.K., Surovtsev R.S. Ispolzovanie blochnogo LU-razlozhenija dlja uskoreniya vi-chisleniya vremennogo otklika svyaznykh liniy peredachi s uchetom chastotnoy zavisimosti dielektrich-eskoy pronicaemosti podlozhki [Usage of block LU-factorization for acceleration of coupled transmission lines time-domain response calculation taking into account the substrate permittivity frequency dependency]. *Infokommunikacionnie tehnologii*, 2013, vol. 11, no. 3, pp. 64–69. (In Russian).
 27. Gazizov T.R., Kuksenko S.P., Akhunov R.R. Acceleration of multiple solution of linear systems for analyses of microstrip structures. *International journal of mathematical models and methods in applied Sciences*, 2015, vol. 9, pp. 721–726. Available at: <http://www.naun.org/main/NAUN/ijmmas/2015/b662001-011.pdf> (accessed 31.01.2019).
 28. Akhunov R.R., Gazizov T.R., Kuksenko S.P. Multiple solution of systems of linear algebraic equations by an iterative method with the adaptive recalculation of the preconditioner. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 8, pp. 1382–1387. doi: 10.1134/S0965542516080030.
 29. Kuksenko S.P., Akhunov R.R., Gazizov T.R. Choosing order of operations to accelerate strip structure analysis in parameter range. *Journal of physics: conference series [Electronic resources]*, 2018, vol. 1015, no. 3, pp. 1–6. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1015/3/032076/pdf> (accessed 31.01.2019).
 30. Kuksenko S.P. Multiple solution of linear algebraic systems by iterative methods in the analysis of modal filters. *Engineering, Computer and Information Sciences, (SIBIRCON)*, 2017 International Multi-Conference on, IEEE, 2017, pp. 449–452. doi: 10.1109/SIBIRCON.2017.8109925.
 31. Scheinfein M.R., Palusinski O.A. Methods of calculation of electrical parameters for electronic packaging applications. *Transactions of The Society for Computer Simulation*, 1987, vol. 4, no. 3, pp. 187–254.
 32. Tesche F.M., Ianoz M., Karlsson T. *EMC analysis methods and computational models*. New York, Wiley-Interscience, 1996. 656 p.
 33. El Guennouni A., Jbilou K., Sadok H. A block version of BiCGSTAB for linear systems with multiple right-hand sides. *Electronic transactions on numerical analysis*, 2003, vol. 16, pp. 129–142.
 33. Wouwer A.V., Saucez P., Vilas C. *Simulation of ODE/PDE models with MATLAB®, OCTAVE and SCILAB. Scientific and engineering applications*. Springer International Publ., 2014. 406 p.
 35. Quarteroni A., Saleri F., Gervasio P. *Scientific computing with MATLAB and Octave, 4th ed.* Berlin, Springer-Verlag Heidelberg, 2010. – 465 p.
 36. Eigen. Available at: <http://eigen.tuxfamily.org> (accessed 31.01.2019).
 37. Kuksenko S.P., Zabolotsky A.M., Melkozerov A.O., Gazizov T.R. Novye vozmozhnosti sistemy modelirovaniya jelektromagnitnoj sovmestimosti TALGAT [New features of electromagnetic compatibility simulation software TALGAT]. *Dokl. Tom. gos. un-ta system upr. i radioelektroniki*, 2015, no. 2(36), pp. 45–50. (In Russian).
 38. TALGAT. Available at: <http://talgat.org/talgat-software> (accessed 31.01.2019).
 39. Akhunov R.R., Kuksenko S.P., Gazizov T.R. Prostoi sposob uskoreniya vychisleniya emkostnykh matric poloskovoi strukturi pri izmenenii ejo geometricheskogo parametra [A simple method to speed up the computation of capacitive matrixes of strip structure when changing its geometric parameter]. *Dokl. Tom. gos. un-ta system upr. i radioelektroniki*, 2015, no. 4, pp. 144–148. (In Russian).
 40. Akhunov R.R. Analiz poloskovykh struktur radioelektronnykh ustrojstv s umenshennymi vychislitelnyimi zatratami [Analysis of strip structures of radioelectronic devices with reduced computational costs]. *Dokl. Tom. gos. un-ta system upr. i radioelektroniki*, 2017, no. 2, pp. 96–99. (In Russian).

Received 20.04.2019